第一章 概率论的基本概念

1. 理解事件间的三大关系与三大运算的含义

(1) 三大关系		(2) 三大运算	
互斥	A∩B=Φ (对立: A∩B=Φ且A∪B=S)	和事件	A∪B
包含	$A \subset B$ (相等: A=B)	差事件	B-A=$B\bar{A}$
独立	P(AB)=P(A)P(B)	积事件	A∩B

德摩根律: $\overline{A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n} = \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \cdots \cap \bar{A}_n$

$\overline{A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n} = \bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \cdots \cup \bar{A}_n$.

2. 概率的运算公式

① 加法公式: $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(AB) \overset{A,B\text{互斥}}{=\!=\!=\!=} P(A)+P(B)$

② 减法公式: $P(B-A)=P(B)-P(AB) \overset{A\subset B}{=\!=\!=\!=} P(B)-P(A)$

③ 乘法公式: 当P(A)>0时, $P(AB)=P(B|A)P(A) \overset{A,B\text{独立}}{=\!=\!=\!=} P(B)P(A)$

第二章 随机变量及其分布

1. 掌握下列概念与性质

(1)分布函数、分布律、概率密度的定义与基本性质；

分布律（离散型）	概率密度（连续型）
① $p_k \geq 0$； ② $\sum_k p_k = 1$	① $f(x) \geq 0$； ② $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$
分布函数	
① F(x)是一个不减函数； ② $0 \leq F(x) \leq 1$，$F(-\infty) = 0$，$F(+\infty) = 1$.	
$F(x)$是阶梯型函数.	$F(x)$是连续函数； $P(X = x_0) = 0$.

(2)(0-1), b(n,p), $\pi(\lambda)$的分布律, U(a,b), $\exp(\theta)$, $N(\mu,\sigma^2)$的概率密度.

2. 关于正态分布的结论

(1) $X \sim N(0,1^2) \Rightarrow \Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$;

(2) $X \sim N(\mu,\sigma^2) \Rightarrow$

$$i)\ Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1) \Rightarrow P\{x_1 \le X \le x_2\} = P\left\{\frac{x_1-\mu}{\sigma} \le \frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{x_2-\mu}{\sigma}\right\}$$

$$= \Phi\left(\frac{x_2-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma}\right)$$

$$ii)\ P\left(|X-\mu| \le k\sigma\right) = \Phi(k) - \Phi(-k)$$

$$iii)\ aX + b \sim N(a\mu + b, (a\sigma)^2).$$

3. 基本计算

利用分布律或概率密度求事件的概率.

注意：遇到正态分布，要利用$N(0,1)$的分布函数$\Phi(x)$计算.

第三章 多维随机变量及其分布

1. **熟知**联合分布、边缘分布的概念与性质(包括分布函数、分布律、概率密度).

2. **理解** X 与 Y 相互独立的定义，以及独立的判定条件.

3. **基本计算**

(1)已知二维随机变量(X, Y)的联合分布，求

① 联合分布中的参数;

② $P\left((X,Y)\in G\right)$的概率;

③ 边缘分布，并判定 X, Y 的相互独立性.

(2)已知二维随机变量(X, Y)的边缘分布，且 X 与 Y 独立，求

① (X, Y)的联合分布;

② $P\left((X,Y)\in G\right)$的概率.

第四章 随机变量的数字特征

1. 理解期望、方差的定义，并熟练应用其性质；

熟记(0-1), b(n,p), $\pi(\lambda)$, U(a,b), exp(θ), $N(\mu,\sigma^2)$的期望与方差.

掌握函数期望的计算公式.

2. 正态分布的可加性：若$X_i \sim N(\mu_i,\sigma_i^2)(i=1,2,\cdots,n)$，且它们相互独立，

$C_i(i=1,2,\cdots,n)$是不全为0的常数，则

$$\sum_{i=1}^{n} C_i X_i \sim N\left(\sum_{i=1}^{n} C_i \mu_i, \sum_{i=1}^{n} C_i^2 \sigma_i^2\right).$$

3. 基本计算

(1)利用定义或性质求随机变量的期望与方差.

(2)应用契比雪夫不等式估计事件的概率：

$$0 \le P\left\{ |X-E(X)| \ge \varepsilon \right\} \le \frac{D(X)}{\varepsilon^2} \quad 或 \quad 1-\frac{D(X)}{\varepsilon^2} \le P\left\{ |X-E(X)| < \varepsilon \right\} \le 1$$

第五章 大数定律及中心极限定理

1. 理解独立同分布中心极限定理与棣莫弗—拉普拉斯定理的含义.
2. 基本计算：熟练应用两个定理近似计算事件的概率.

第六章 样本及抽样分布

1. 理解简单随机样本的概念：样本 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 中各 X_i 相互独立，且与总体 X 同分布.
2. 能够利用样本值求样本均值 $\bar{x}$ 与样本方差 s^2.
3. 掌握一个正态总体下的样本均值与样本方差的分布：

$$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1), \quad \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1), \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

第七章 参数估计

1. **理解**参数无偏估计量的概念，并会作简单判定.

2. **基本计算**

(1)点估计：矩估计法.

(2)区间估计：求单个正态总体中的μ或σ^2的**双侧**置信区间.

第八章 假设检验

1. **基本计算**：对单个正态总体中的μ或σ^2进行**双边**或**单边**检验.